Τμήμα Οικονομικής Επιστήμης, Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών

21. Υποδείγματα Επαλλήλων Γενεών

1412 Μακροοικονομική Θεωρία II

Καθ. Γιώργος Αλογοσκούφης

Υποδείγματα Επαλλήλων Γενεών

Το υπόδειγμα του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού βασίζεται στην υπόθεση ότι όλα τα νοικοκυριά είναι ίδια.

Μια εναλλακτική κατηγορία υποδειγμάτων επιτρέπει στα νοικοκυριά να διαφέρουν. Καθώς γεννιούνται νεαρά νοικοκυριά και τα ηλικιωμένα νοικοκυριά πεθαίνουν, υπάρχει μια αλληλουχία επαλλήλων γενεών. Ανά πάσα στιγμή, τα νοικοκυριά σε μια οικονομία αντιπροσωπεύουν διαφορετικές γενιές.

Η αποταμιευτική συμπεριφορά διαφέρει από γενιά σε γενιά διαφέρει, καθώς τα νοικοκυριά που ανήκουν σε διαφορετικές γενιές μπορεί να έχουν διαφορές στο συσσωρευμένο πλούτο ή / και διαφορετικούς χρονικούς ορίζοντες. Έτσι, τέτοια υποδείγματα δεν συνεπάγονται απαραίτητα την ομοιογένεια ή την οικονομική αποδοτικότητα που χαρακτηρίζει το βασικό υπόδειγμα του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού.

Τα πρώτα υποδείγματα επαλλήλων γενεών αναλύθηκαν από τους Allais (1947) και Samuelson (1958). Ο Diamond (1965) παρουσίασε και ανέλυσε το πιο διαδεδομένο ίσως σήμερα υπόδειγμα δύο επαλλήλων γενεών, ενώ οι Blanchard (1985) και Weil (1989) παρουσίασαν υποδείγματα μεγάλου αριθμού επαλλήλων γενεών.

Το Υπόδειγμα του Diamond

Σε κάθε χρονική περίοδο συνυπάρχουν δύο τύποι νοικοκυριών. Οι νέοι, που βρίσκονται στην πρώτη περίοδο της ζωής τους, και οι ηλικιωμένοι, που βρίσκονται στη δεύτερη και τελευταία περίοδο της ζωής τους.

Τα νεαρά νοικοκυριά προσφέρουν εργασία αλλά δεν διαθέτουν κεφάλαιο. Έτσι, το μόνο τους εισόδημα είναι από εργασία. Τα ηλικιωμένα νοικοκυριά δεν εργάζονται και καταναλώνουν το εισόδημα από το κεφάλαιο που συγκέντρωσαν κατά την πρώτη περίοδο της ζωής τους, καθώς και το ίδιο το απόθεμα του κεφαλαίου που έχουν συσσωρεύσει, καθώς βρίσκονται στην τελευταία περίοδο της ζωής τους.

Κατά την επόμενη περίοδο, τα ηλικιωμένα νοικοκυριά έχουν πεθάνει, τα νεαρά νοικοκυριά έχουν γίνει ηλικιωμένα και μια νέα γενιά νέων νοικοκυριών έχει εισέλθει στην οικονομία.

Υπάρχουν πολλές ανταγωνιστικές επιχειρήσεις, η τεχνολογία της παραγωγής περιγράφεται από μια νεοκλασική συνάρτηση παραγωγής, οι αγορές αγαθών και υπηρεσιών, εργασίας και κεφαλαίου είναι ανταγωνιστικές, και το κεφάλαιο και η εργασία πληρώνονται το οριακό τους προϊόν.

Peter Arthur Diamond (1940-)

O Peter Arthur Diamond (γεννημένος στις 29 Απριλίου 1940) είναι ένας εξέχων Αμερικανός οικονομολόγος γνωστός για την ανάλυσή του για τα υποδείγματα επαλλήλων γενεών και αναζήτησης στην αγορά εργασίας. Του απονεμήθηκε το βραβείο Νόμπελ στις Οικονομικές Επιστήμες το 2010 (μαζί με τον Dale T. Mortensen και τον Christopher A. Pissarides). Είναι Καθηγητής Οικονομικών στο MIT (Τεχνολογικό Ινστιτούτο της Μασαχουσέτης).

O Diamond (1965) προσάρμοσε το πλαίσιο των επαλλήλων γενεών των Maurice Allais (1947) και Paul Samuelson (1958) προκειμένου να μελετήσει τη διαδικασία της οικονομικής μεγέθυνσης και τις επιπτώσεις του δημοσίου χρέους σε ένα πλαίσιο επαλλήλων γενεών. Το ομώνυμο υπόδειγμά του είναι το ευρύτερα χρησιμοποιούμενο υπόδειγμα επαλλήλων γενεών σήμερα.

Βλ. Diamond, P.A. (1965), 'National Debt in a Neoclassical Growth Model;, *American Economic Review*, 55 (5), pp. 1126-1150.

Ομοιότητες και Διαφορές των Υποδειγμάτων του Αντιπροσωπευτικού Νοικοκυριού και των Επαλλήλων Γενεών

Η αποταμιευτική συμπεριφορά σε υποδείγματα επαλλήλων γενεών δεν χαρακτηρίζεται από κοινωνική αποδοτικότητα, όπως και στο υπόδειγμα του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού.

Επιπλέον, σε οικονομίες χωρίς αντιπροσωπευτικό νοικοκυριό, η σύγκριση της χρησιμότητας μεταξύ νοικοκυριών είναι σε μεγάλο βαθμό αυθαίρετη.

Επιπλέον, σε υποδείγματα επαλλήλων γενεών, είναι θεωρητικά πιθανό η ανταγωνιστική ισορροπία να μην είναι ούτε αποτελεσματική κατά Pareto, καθώς η πιθανότητα δυναμικής αναποτελεσματικότητας δεν μπορεί να αποκλειστεί εκ των προτέρων.

Σε κάθε περίπτωση, σε υποδείγματα επαλλήλων γενεών, προκύπτει η ανάγκη για παρεμβάσεις της οικονομικής πολιτικής οι οποίες μπορούν να βελτιώσουν την κοινωνική αποδοτικότητα, καθώς η ανταγωνιστική ισορροπία δεν είναι απαραίτητα βέλτιστη. Ο λόγος είναι ότι οι τρέχουσες γενεές δεν προνοούν για την ευημερία των μελλοντικών γενεών, όπως στο υπόδειγμα του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού.

Η Διαχρονική Συνάρτηση Χρησιμότητας των Νοικοκυριών

Στην περίοδο t, γεννιούνται L_t νοικοκυριά και ο πληθυσμός αυξάνεται με εξωγενή ρυθμό n. Έτσι,

$$L_t = (1+n)L_{t-1}$$

Οι 'νέοι', δηλαδή εκείνοι που βρίσκονται στην πρώτη περίοδο της ζωής τους, εργάζονται, ενώ οι 'ηλικιωμένοι', εκείνοι που βρίσκονται στη δεύτερη περίοδο της ζωής, δεν εργάζονται. Έτσι, κάθε νοικοκυριό προμηθεύει μια μονάδα εργασίας όταν είναι 'νέος' και κατανέμει το εισόδημα από την εργασία του μεταξύ της κατανάλωσης της πρώτης περιόδου και της αποταμίευσης. Στη δεύτερη περίοδο της ζωής τους, τα 'ήλικιωμένα' πλέον νοικοκυριά καταναλώνουν τις αποταμιεύσεις τους, καθώς και το εισόδημα από τις αποταμιεύσεις τους. Έτσι, κάθε γενιά επιλέγει τη διαχρονική πορεία της κατανάλωσής της για να λύσει ένα πρόβλημα ανάλογο με το πρόβλημα του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού του Fisher.

Η συνάρτηση χρησιμότητας ενός νοικοκυριού που γεννήθηκε στην περίοδο t ορίζεται από,

$$U_t = \frac{c_{1t}^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{1}{1+\rho}\frac{c_{2t+1}^{1-\theta}}{1-\theta}$$

όπου, $0 < \theta < 1$, $\rho > -1$, και c_{1t}, c_{2t+1} δηλώνουν την κατανάλωση στην πρώτη και τη δεύτερη περίοδο της ζωής αντίστοιχα.

Αυτή είναι μια συνάρτηση χρησιμότητας με σταθερή ελαστικότητα διαχρονικής υποκατάστασης (CEIS). $1/\theta$ είναι η σταθερή ελαστικότητα της διαχρονικής υποκατάστασης της κατανάλωσης.

Η Εξίσωση Euler για την Κατανάλωση

Το νοικοκυριό που γεννήθηκε στην περίοδο t, μεγιστοποιεί,

$$U_t = \frac{c_{1t}^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{1}{1+\rho}\frac{c_{2t+1}^{1-\theta}}{1-\theta}$$

Η μεγιστοποίηση είναι υπό τον διαχρονικό εισοδηματικό περιορισμό ότι η παρούσα αξία της κατανάλωσης ισούται με την παρούσα αξία του εισοδήματος του νοικοκυριού. Ο εισοδηματικός περιορισμός δίνεται από,

$$c_{1t} + \frac{c_{2t+1}}{1+r_{t+1}} = w_t h_t$$

Από τις συνθήκες πρώτης τάξεως για το βέλτιστο,

$$\frac{c_{2t+1}}{c_{1t}} = \left(\frac{1+r_{t+1}}{1+\rho}\right)^{1/\theta}$$

Αυτή είναι η γνωστή εξίσωση Euler για την κατανάλωση. Η κατανάλωση στη δεύτερη περίοδο της ζωής είναι υψηλότερη ή χαμηλότερη από την κατανάλωση κατά την πρώτη περίοδο της ζωής, ανάλογα με το εάν το πραγματικό επιτόκιο υπερβαίνει ή υπολείπεται του καθαρού ποσοστού διαχρονικής προτίμησης του νοικοκυριού. Η ελαστικότητα της διαχρονικής υποκατάστασης της κατανάλωσης $1/\theta$, καθορίζει την ευαισθησία του λόγου των καταναλώσεων στις δύο περιόδους, ως προς το πραγματικό επιτόκιο.

Επιλύοντας για το c_{1t}, χρησιμοποιώντας τον διαχρονικό εισοδηματικό περιορισμό, λαμβάνουμε,

$$c_{1t} = \frac{(1+\rho)^{1/\theta}}{(1+\rho)^{1/\theta} + (1+r_{t+1})^{(1-\theta)/\theta}} w_t h_t$$

Τα νεαρά νοικοκυριά καταναλώνουν στην πρώτη περίοδο ένα μερίδιο του εισοδήματός τους που εξαρτάται από τις προτιμήσεις τους και το πραγματικό επιτόκιο.

Η Τεχνολογία της Παραγωγής και η Μεγιστοποίηση των Κερδών των Επιχειρήσεων

Η τεχνολογία παραγωγής περιγράφεται από μια νεοκλασική συνάρτηση παραγωγής, ανάλογη με αυτήν που υποθέσαμε στα υποδείγματα του Solow και του Ramsey. Το οριακό προϊόν όλων των εισροών είναι θετικό αλλά μειούμενο, υπάρχουν σταθερές αποδόσεις κλίμακας, και ικανοποιούνται οι συνθήκες Inada.

$$Y_t = AF(K_t, h_t L_t)$$

h_t είναι η ανά μονάδα αποδοτικότητα της εργασίας και A είναι η συνολική παραγωγικότητα των συντελεστών. Υποθέτουμε ότι ανά μονάδα αποδοτικότητα της εργασίας αυξάνεται με εξωγενή ρυθμό τεχνικής προόδου ίσο με g.

$$h_t = (1+g)h_{t-1}$$

Λόγω της υπόθεσης για σταθερές αποδόσεις κλίμακας, η συνάρτηση παραγωγής μπορεί να γραφεί ως,

$$y_t = Af(k_t)$$

όπου, $y = Y/hL$ είναι παραγωγή ανά μονάδα αποδοτικότητας της εργασίας, $k = K/hL$ είναι το κεφάλαιο ανά μονάδα αποδοτικότητας της εργασίας, και $f(k) = F(k,1)$ είναι η συνάρτηση παραγωγής ανά μονάδα αποδοτικότητας της εργασίας.

Η παραγωγή πραγματοποιείται από πολλές ανταγωνιστικές εταιρείες, καθεμία από τις οποίες έχει πρόσβαση στην ίδια συνάρτηση παραγωγής. Οι αγορές αγαθών και υπηρεσιών, κεφαλαίου και εργασίας είναι ανταγωνιστικές. Το κεφάλαιο και η εργασία πληρώνονται τα οριακά προϊόντα τους και, λόγω των σταθερών αποδόσεων κλίμακας, οι επιχειρήσεις αποκομίζουν μηδενικά κέρδη. Το πραγματικό επιτόκιο και ο πραγματικός μισθός καθορίζονται από,

$$r_t = Af'(k_t) - \delta$$

$$w_t = Af(k_t) - k_t Af'(k_t)$$

όπου $Af'(k_t)$ είναι το οριακό προϊόν του κεφαλαίου και δ το ποσοστό απόσβεσης του κεφαλαίου.

Αποταμιεύσεις και Συσσώρευση του Κεφαλαίου

Η συνάρτηση κατανάλωσης των νέων μπορεί να ξαναγραφεί ως,

$$c_{1t} = \left(1 - s\left(r_{t+1}\right)\right) w_t h_t$$

όπου s είναι το ποσοστό αποταμίευσης των νέων, το οποίο ορίζεται ως,

$$s(r) = \frac{(1+r)^{(1-\theta)/\theta}}{(1+\rho)^{1/\theta} + (1+r)^{(1-\theta)/\theta}}$$

Το ποσοστό αποταμίευσης είναι μια θετική συνάρτηση του πραγματικού επιτοκίου r μόνο αν θ είναι χαμηλότερο από τη μονάδα, δηλαδή, μόνο εάν η ελαστικότητα της διαχρονικής υποκατάστασης της κατανάλωσης $1/\theta$ είναι υψηλότερη από τη μονάδα. Μόνο σε αυτήν την περίπτωση το αποτέλεσμα υποκατάστασης κυριαρχεί στο αρνητικό αποτέλεσμα εισοδήματος. Εάν το θ είναι μεγαλύτερο από την ενότητα, το ποσοστό αποταμίευσης είναι αρνητική συνάρτηση του r, καθώς κυριαρχεί το αποτέλεσμα εισοδήματος. Στην ειδική περίπτωση που θ ισούται με τη μονάδα, δηλαδή, όταν υπάρχουν λογαριθμικές προτιμήσεις, το ποσοστό αποταμίευσης είναι ανεξάρτητο από το πραγματικό επιτόκιο και είναι ίσο με,

$$s = \frac{1}{2+\rho}$$

Το ποσοστό αποταμίευσης των νέων στην περίπτωση αυτή εξαρτάται μόνο από το ποσοστό διαχρονικής προτίμησης των νοικοκυριών. Όσο μεγαλύτερο είναι το ρ, δηλαδή όσο πιο ανυπόμονα είναι τα νοικοκυριά, τόσο μικρότερο είναι το ποσοστό αποταμίευσης s.

Το συνολικό απόθεμα κεφαλαίου σε κάθε περίοδο ισούται με την αποταμίευση των νέων νοικοκυριών της προηγούμενης περιόδου, καθώς τα ηλικιωμένα νοικοκυριά της προηγούμενης περιόδου κατανάλωσαν όλο το κεφάλαιό τους και τα νέα νοικοκυριά της τρέχουσας περιόδου δεν κατέχουν κεφάλαιο. Ετσι,

$$K_{t+1} = s(r_{t+1}) L_t w_t h_t$$

Συσσώρευση του Κεφαλαίου ανά Μονάδα Αποδοτικότητας της Εργασίας

Η εξίσωση συσσώρευσης του κεφαλαίου δίνεται από τις αποταμιεύσεις των νέων νοικοκυριών.

$$K_{t+1} = s(r_{t+1})L_t w_t h_t$$

Κατά συνέπεια, το κεφάλαιο ανά μονάδα αποδοτικότητας της εργασίας εξελίσσεται σύμφωνα με,

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} s(r_{t+1}) w_t$$

Υποθέτοντας ότι η διαχρονική ελαστικότητα υποκατάστασης της κατανάλωσης ισούται με τη μονάδα, και ότι η συνάρτηση παραγωγής έχει τη μορφή Cobb Douglas, $y = Ak^{\alpha}$, συνεπάγεται ότι,

$$s(r) = \frac{1}{2+\rho},\ w_t = (1-\alpha)Ak_t^{\alpha}$$

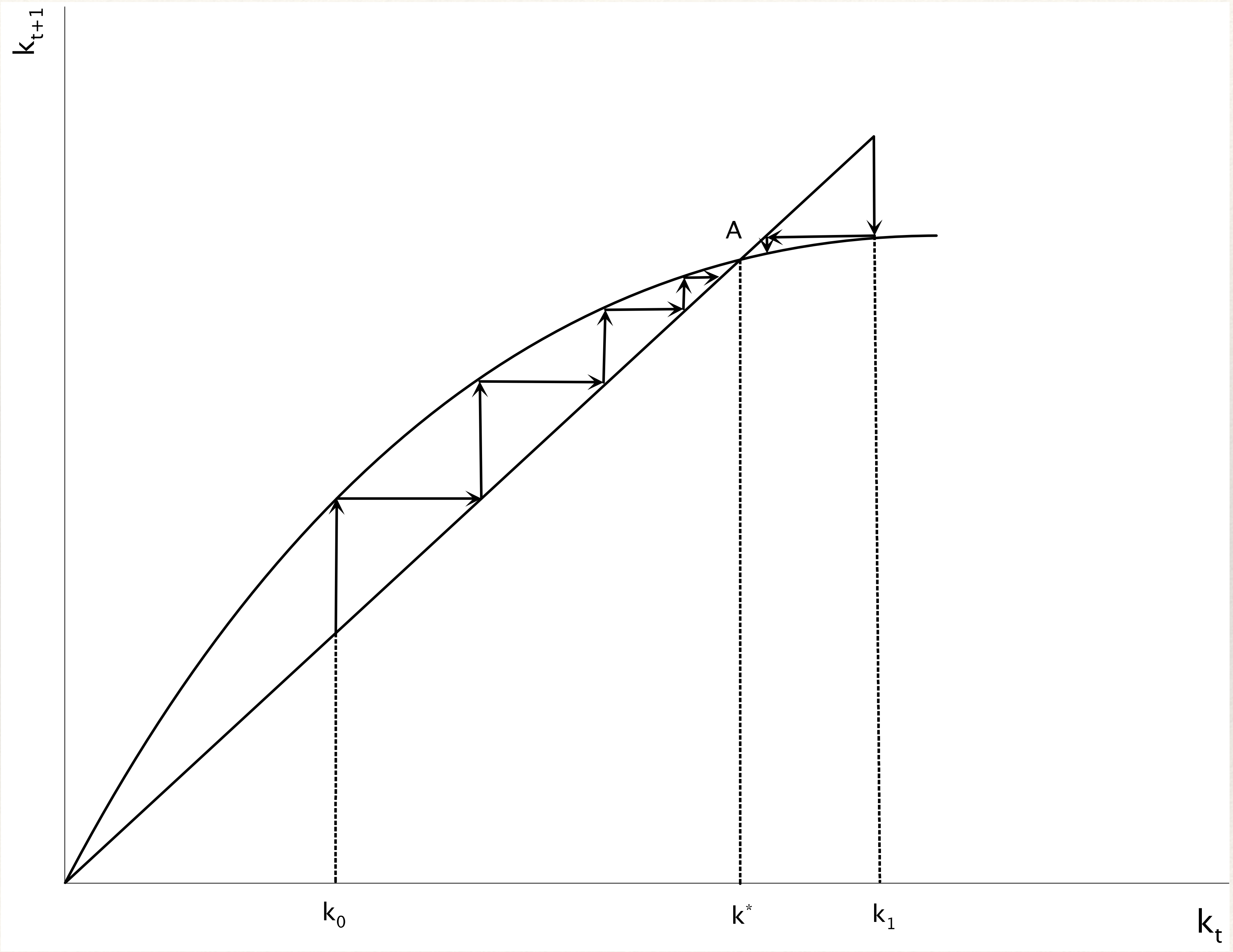
Στην περίπτωση αυτή, η εξίσωση συσσώρευσης του κεφαλαίου μπορεί να απλοποιηθεί ως,

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} \frac{1}{2+\rho} (1-\alpha)Ak_t^{\alpha}$$

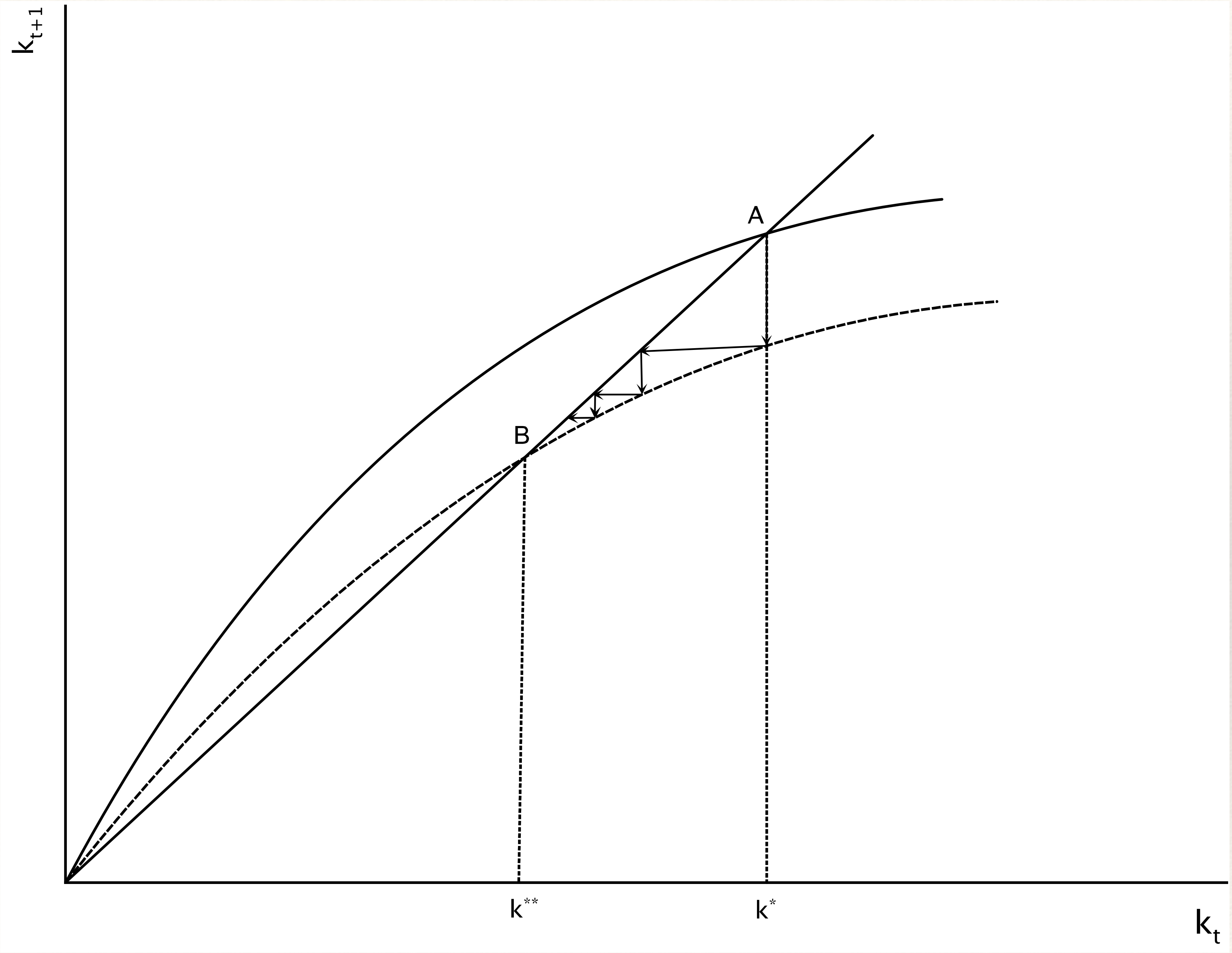
Μπορεί κανείς να δείξει ότι σε αυτήν την περίπτωση υπάρχει μια μοναδική πορεία ισόρροπης μεγέθυνσης, ανεξάρτητα από τις αρχικές συνθήκες, αρκεί το αρχικό κεφάλαιο να είναι θετικό. Αυτή προσδιορίζεται από τη συνθήκη ισορροπίας $k_{t+1} = k_t = k^*$, όπου,

$$k^* = \left(\frac{(1-\alpha)A}{(1+n)(1+g)(2+r)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

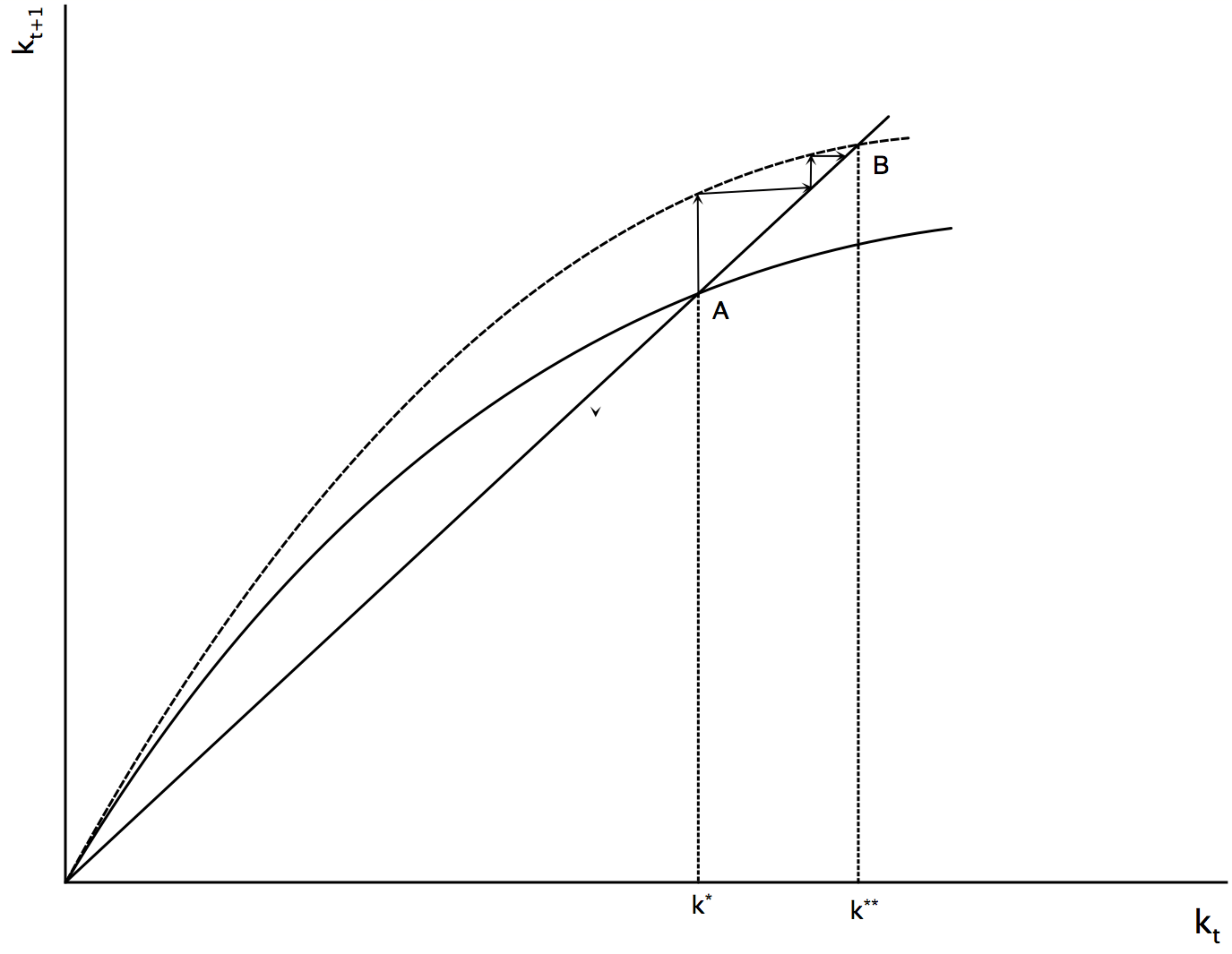
Προσαρμογή προς την Πορεία της Ισόρροπης Μεγέθυνσης στο Υπόδειγμα του Diamond



Επιπτώσεις μιας Αύξησης στο Ποσοστό Διαχρονικής Προτίμησης των Νοικοκυριών



Επιπτώσεις μιας Αύξησης στη Συνολική Παραγωγικότητα των Συντελεστών



Το Συνολικό Προϊόν και το Προϊόν ανά Εργαζόμενο στην Πορεία της Ισόρροπης Μεγέθυνσης

Από την συνάρτηση παραγωγής Cobb Douglas, το προϊόν ανά μονάδα αποδοτικότητας της εργασίας στην πορεία της ισόρροπης μεγέθυνσης ισούται με,

$$y^* = Ak^{*\alpha} = A\left(\frac{(1-\alpha)A}{(1+n)(1+g)(2+r)}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Το συνολικό προϊόν στην πορεία της ισόρροπης μεγέθυνσης ισούται με,

$$Y_t^* = y^* h_t L_t = y^* h_0 L_0 \left((1+g)(1+n)\right)^t$$

όπου h_0, L_0 είναι η αποδοτικότητα της εργασίας και ο αριθμός των εργαζομένων στην περίοδο 0. Κατά συνέπεια, ο ρυθμός μεγέθυνσης του συνολικού προϊόντος στην πορεία της ισόρροπης μεγέθυνσης ισούται με το άθροισμα του εξωγενούς ποσοστού τεχνικής προόδου g και του εξωγενούς ποσοστού αύξησης του πληθυσμού n.

Το προϊόν ανά εργαζόμενο στην πορεία της ισόρροπης μεγέθυνσης ισούται με,

$$\hat{y}_t^* = \frac{Y_t^*}{L_t} = y^* h_t = y * h_0(1+g)^t$$

Κατά συνέπεια, ο ρυθμός μεγέθυνσης του προϊόντος ανά εργαζόμενο στην πορεία της ισόρροπης μεγέθυνσης ισούται με το εξωγενές ποσοστό τεχνικής προόδου.